ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

Ղուլղազարյան Ռուբեն Գուրգենի

# ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԱՆՑՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԳՈՒՄԱՐԻ ԿՈՄՊԼԵՔՍ ԶՐՈՆԵՐԸ ՍՊԻՆԱՅԻՆ ԵՎ ՏՐԱՄԱՉԱՓԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼՆԵՐՈՒՄ ՑԱՆՑԵՐԻ ՎՐԱ

Ա.04.02.-«տեսական ֆիզիկա» մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների
թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

## ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-2000

---

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Гулгазарян Рубен Гургенович

# ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ И КОМПЛЕКСНЫЕ НУЛИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СУММЫ В СПИНОВЫХ И КАЛИБРОВОЧНЫХ МОДЕЛЯХ НА РЕШЕТКАХ

## АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02. – теоретическая физика

ЕРЕВАН-2000

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար. ֆիզմաթ. գիտությունների դոկտոր Ն.Ս. Անանիկյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ. ֆիզմաթ. գիտությունների դոկտոր Ա.Վ. Բոգդանով (Ս.-Պ. ԲԱՀՏԲԻ) ֆիզմաթ. գիտությունների դոկտոր Վ.Բ. Առաքելյան (ԵրՖԻ)

Առաջատար կազմակերպություն՝ Ն. Ն. Բոգոլյուբովի անվան տեսական ֆիզիկայի լաբորատորիա, ՄՀՄԻ, Դուբնա

Պաշտպանությունը կայանալու է "1" օգոստոսի 2000թ. ժամը 14.00 –ին Երևանի Ֆիզիկայի Ինստիտուտի 024 մասնագիտական խորհրդում (Երևան-36, Ալիխանյան եղբայրների փ. 2):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ԵրՖԻ-ի գրադարանում:

Սեղմագիրը առաքված է "30" հունիսի 2000թ.

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար Ա. Թ. Մարգարյան

---

Тема диссертации утверждена в Ереванском физическом институте

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, Ананикян Н.С.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, Богданов А.В. (С.-П. ИВВ и БД) Аракелян В.Б. (ЕрФИ)

Ведущая организация: Лаборатория теоретической физики имени Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна

Защита состоится "1" августа 2000 г. в 14.00 часов на заседании специализированного совета 024 Ереванского физического института (Ереван-36, ул. Братьев Алиханян 2)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕрФИ.

Автореферат разослан "30" июня 2000г.

Ученый секретарь спец. совета А.Т. Маргарян



## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

***Актуальность темы.*** Исследование фазовых переходов и критических явлений в магнетиках является одной из бурно развивающихся областей современной физики. Перед статистической теорией фазовых переходов стоят две основные задачи: (1) выяснить механизм возникновения фазового перехода; (2) научиться, исходя из заданного потенциала взаимодействия частиц, рассчитывать параметры фазовых переходов (микроскопический подход), т.е. кривые фазовых равновесий, критические точки, критические индексы и т.д. В настоящее время установлено, что физическая причина фазовых переходов первого рода – это потеря устойчивости материнской фазы. В рамках микроскопического подхода, были изучены различные решеточные модели: плоская и трехмерная модель Изинга, модель Гейзенберга, модель Бэкстера (восьмивершинная модель), модель Поттса, модель плоских ротаторов и др. Некоторые из них (плоская модель Изинга, модель Бэкстера, модель Поттса) допускают точное решение [1]. Трехмерные решеточные модели изучались численно. На практике широко применяются также различные приближенные методы: метод среднего поля, высокотемпературные и низкотемпературные разложения термодинамических функций и т.д. Основополагающая работа Онсагера, точные решения полученные Бэкстером [1], и численные расчеты Домба, Сайкса и др. существенно углубили наше понимание проблемы фазовых переходов.

Значительные успехи в исследовании критических явлений достигнуты благодаря использованию идей Уидома, Покровского, Каданова, Мигдала, Вильсона и др. заложенных в гипотезах подобия, универсальности и теории ренормализационной группы (РГ) [2,3]. Фактически, в РГ теории удалось свести проблему фазовых переходов и критических явлений на язык РГ отображений: притягивающие фиксированные точки РГ отображения соответствуют термодинамически стабильным фазам, гиперболические фиксированные точки соответствуют фазовым переходам, а критические показатели связываются простыми соотношениями с линеаризованным РГ отображением вокруг гиперболической фиксированной точки. Для большинства исследуемых моделей РГ отображения являются приближенными, но полученные на основе РГ подхода критические показатели хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Существуют целые классы, так называемых иерархических моделей, для которых РГ отображения являются точными. Примерами таких моделей могут служить спиновые и калибровочные модели, определенные на решетках типа "даймонд" (diamond – бриллиант), типа Кейли (например, решетки Бете, Хусими) и др. Расчеты показывают, что модели на решетках типа Кейли дают вполне удовлетворительные результаты даже в тех случаях, когда метод среднего поля дает результаты не согласующиеся с результатами численных расчетов методом Монте-Карло и др. [4].

Одним из основных признаков фазового перехода второго рода является рост крупномасштабных флуктуаций по мере приближения к критической точке: т.е. корреляционная длина $R_c$, по порядку величины становится равной размеру системы ($R_c \to \infty$ в термодинамическом пределе). Ранее считалось [5], что фазовый переход на решетке Бете (дерево Кейли) не ассоциируется с сингулярностью корреляционной длины. Недавно было показано, что при правильном учете размерности решетки Бете в точке фазового перехода корреляционная длина становится сингулярной с критическим индексом $\nu=1$ [6].

В последние годы, стремительное развитие компьютеров активизировало исследования по калибровочным теориям на решетках в связи с проблемой конфайнмента кварков в КХД. Рассматривая введение решетки как непертурбативный математический прием, обеспечивающий обрезание ультрафиолетовых расходимостей, в конечном счете необходимо перейти к непрерывному пределу. Оказывается, что для того чтобы это сделать, необходимо, чтобы при стремлении шага решетки к нулю корреляционная длина становилась бесконечной. На языке статистической механики это означает, что для перехода к непрерывному пределу необходимо, чтобы в поведении калибровочной модели наблюдался фазовый переход второго рода. Таким образом, если в калибровочной модели на решетке удастся обнаружить фазовый переход второго рода, то в точках фазового перехода второго рода данная калибровочная решеточная модель соответствует некоторой непрерывной теории поля. В связи с этим, в последнее время сильно активизировались исследования по изучению фазовой структуры калибровочных моделей на решетках. В некоторых случаях удается отобразить калибровочную модель на уже точно решенную статистическо-механическую модель, и тем самым, в некоторой



области параметров калибровочной модели, получить точное решение данной модели [7].

Для изучения физических систем, таких как твердый $^3He$ [8] бинарные сплавы, анизотропные магнетики (CeBi, EuSe) [9] и др. были введены модели Изинга и Гейзенберга с многочастичными взаимодействиями. Эти модели обладают сложными фазовыми диаграммами и необычными свойствами. В частности, взаимодействия высших порядков по спину в магнетиках приводят к появлению необычных многоподрешеточных структур, как uudd, uddd и др., где u-up (вверх), d-down (вниз), означают направления магнитного момента в соответствующей подрешетке. Такие взаимодействия также могут приводить к скачкообразности фазовых переходов порядок-беспорядок [9].

В 1952 году Ли и Янг [10] рассмотрели статистическую сумму ферромагнитной модели Изинга в области комплексных значений магнитного поля (активности $e^{-2\beta\mathcal{H}}$, $\mathcal{H}$-магнитное поле и $\beta=1/kT$). Они доказали, что нули статистической суммы изинговского ферромагнетика распределены по единичной окружности с центром в нуле на комплексной плоскости активности. В 1964 году, Фишер [11] обобщил метод Ли и Янга, изучая нули статистической суммы модели Изинга на квадратной решетке в плоскости комплексных температур. Впоследствии эти методы были обобщены и нашли широкое применение в различных областях физики. Фрактальная структура нулей Фишера была найдена для моделей на иерархических решетках типа "даймонд" [12]. На основе теории комплексной аналитической динамики, авторы [12] доказали, что множество нулей Фишера для моделей на таких решетках представляет из себя множество Джулия соответствующего РГ отображения. Недавно было показано, что плотность распределения нулей Янга-Ли можно найти экспериментально из данных по зависимости изотермической намагниченности от магнитного поля [13]. Ожидается, что довольно сложной должна быть картина нулей статистической суммы для моделей с фрустрациями, многочастичными взаимодействиями или хаосом.

**б)** ***<u>Целью диссертационной работы является</u>*** теоретическое исследование фазовых переходов, корреляционных функций и комплексных нулей статистической суммы (нули Янга-Ли и Фишера) в моделях Изинга с многочастичными взаимодействиями и Q-позиционной модели Поттса на решетках типа Кейли; а также изучение критических явлений в Z(4) калибровочной модели Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на планарных решетках.

в) ***Научная новизна.***

1. Исследованы модели Изинга со спином S и с многочастичными взаимодействиями во внешнем поле на решетках типа Кейли. Получены точные формулы для парной корреляционной функции. Для моделей со спином 1/2 получены точные формулы и вблизи критической точки впервые установлено сингулярное поведение для корреляционной длины и магнитной восприимчивости. Найден критический показатель корреляционной длины $\nu=1$.
2. Найдены точные решения для Z(4) калибровочной модели Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на планарных решетках.
3. Получена обобщенная аналитическая формула рекуррентного уравнения для моделей Изинга со спином 1/2 и с многочастичными взаимодействиями на решетках типа Кейли при наличии внешнего магнитного поля.
4. Показано, что комплексные нули статистической суммы (нули Янга-Ли и Фишера) в моделях на решетках типа Кейли, которым соответствуют одномерные рекуррентные отображения, могут быть ассоциированы с множеством типа Мандельброта, а в некоторых случаях с множеством Джулиа, соответствующего рекуррентного уравнения. Множество типа Мандельброта определено как множество всех тех внешних параметров модели (кТ, магнитное поле) при которых соответствующее одномерное рекуррентное отображение имеет хотя бы один нейтральный периодический цикл.
5. Разработан новый алгоритм для численного исследования нулей Янга-Ли и Фишера в моделях на решетках типа Кейли, которым соответствуют одномерные рекуррентные отображения. Исследованы нули Янга-Ли и Фишера для модели Изинга с многочастичными взаимодействиями на решетках Бете и Хусими, а также для модели Поттса на решетке Бете. Впервые показано, что картины нулей Янга-Ли и Фишера данных моделей содержат копии множества Мандельброта квадратичного отображения $z \to z^2+c$.



г) ***Практическая ценность работы.***

Аналитические формулы, полученные для спиновых моделей с многочастичными взаимодействиями на решетках типа Кейли, могут быть использованы для приближенного (качественного) описания фазовых диаграмм и расчета критических индексов и т.п. в физических системах, таких как твердый $^3$He, анизотропные магнетики (CeBi, EuSe, ...), бинарные сплавы, разряженные газы, растворы и др.

В точках фазового перехода второго рода Z(4) калибровочная модель Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на треугольной и квадратной решетках может рассматриваться как двумерная непрерывная теория поля. Аналитические результаты полученные для этой модели на треугольной и квадратной решетках могут применяться для тестирования различных численных методов, созданных для изучения калибровочных теорий.

Картины нулей статистической суммы на плоскости комплексных температур и активности представляют перед исследователем все разнообразие возможных фазовых переходов в системе. Представленный в данной работе численный метод позволяет получать на графике одновременно все фазовые переходы первого и второго родов происходящие в исследуемой системе. Особенно удобно исследование фазовых переходов на основе нулей статистической суммы, когда в системе происходит множество фазовых переходов, вследствие наличия в системе фрустраций или многочастичных взаимодействий.

д) ***Научные положения выносимые на защиту.***

1. Представлены точные решения Z(4) калибровочной модели Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на треугольной и квадратной решетках.
2. Для моделей Изинга с многочастичными взаимодействиями во внешнем поле на решетках типа Кейли (решетки Бете, Хусими и др.) получены аналитические формулы для рекуррентного уравнения (спин 1/2), парной корреляционной функции (спин S), корреляционного радиуса (спин 1/2) и магнитной восприимчивости (спин 1/2). Подсчитан критический показатель $\nu=1$ для выше указанных моделей со спином 1/2.

3. Для классических моделей на решетках типа Кейли, которым соответствуют одномерные рекуррентные уравнения, впервые показана связь между комплексными нулями статистической суммы с нейтральными периодическими циклами соответствующего рекуррентного отображения.
4. На основе теории комплексной аналитической динамики, разработан алгоритм для численного исследования комплексных нулей статистической суммы (нули Янга-Ли и Фишера) для классических моделей на решетках типа Кейли, которым соответствуют одномерные рекуррентные отображения. На основе численных расчетов для моделей Изинга и Поттса показано, что картины нулей Янга—Ли и Фишера содежат в себе копии множества Мандельброта квадратичного отображения $z \to z^2+c$.

е) ***Апробация работы.***

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных конференциях “Modern Trends in Computational Physics”, (Дубна, 1998, 2000); “Dynamical Systems”, ICTP, Триест, Италия, 1998; “XIII International Congress on Mathematical Physics”, ICMP-2000, Лондон; на республиканской конференции молодых ученых “Физика-99”, Ереван, 1999; а также на семинарах в Ереванском физическом институте, Международном Центре по Теоретической Физике (Триест, Италия) и в CEA, Сакле, Франция.

ж) ***Публикации.***

По теме диссертационной работы опубликовано 7 научных работ, список которых приводится в конце автореферата.

з) ***Структура диссертации.***

Диссертация состоит из введения (Глава 1), четырех глав, заключения и списка литературы из 137 наименований. Общий объем работы составляет 127 страниц печатного текста, включая 27 рисунков.



## Содержание работы

***Во введении*** (Глава 1) обоснована актуальность темы и сделан краткий обзор по проблемам затронутым в диссертации. Изложены практическая ценность и краткое содержание работы.

***Во второй главе*** диссертации рассматриваются спиновые модели с многочастичными и парными взаимодействиями на решетках типа Бете.

***В §2.1*** рассматривается модель Изинга с парными и тройными взаимодействиями во внешнем поле на решетке Хусими. Выводится рекуррентное уравнение для вспомогательной переменной $x$ при произвольном координационном числе $q$ решетки Хусими. Хотя переменная $x$ не обладает физическим смыслом, однако термодинамические функции такие как намагниченность, удельная теплоемкость, а также свободная энергия системы и др. можно выразить через $x$ и исследовать их поведение в зависимости от поведения рекуррентного уравнения для $x$. Обобщая метод трансфер-матриц, в фиксированной точке рекуррентного отображения выводится точная формула для парной корреляционной функции. Далее, используя преобразование Янга-Бэкстера (звезда-треугольник), двухвершинная модель на решетке Хусими с координационным числом $q$=2 отображается на модель Изинга со спином 1/2 на решетке Бете с координационным числом $q$=3.

***В §2.2*** рассматривается модель Изинга со спином S и с многочастичными взаимодействиями во внешнем поле на решетках типа Бете. Выводится соответствующее рекуррентное уравнение. Определяются трансфер-матрицы M, A и $A'$ и, при условии симметричности вершинной функции $\omega$, выводится формула для парной корреляционной функции при произвольном S.

***В §2.3*** получена аналитическая формула для рекуррентного уравнения модели Изинга со спином 1/2 и с многочастичными взаимодействиями во внешнем поле на решетках типа Кейли состоящей из многоугольников с p вершинами (ребрами). При условии, что $x$=1 является фиксированной точкой соответствующего отображения, исследуется критическое поведение корреляционной длины и вычисляется критический показатель $\nu$=1. Доказывается, что в окрестности критической точки магнитная восприимчивость $\chi$ пропорциональна корреляционной длине $\xi$, $\chi \sim \xi$.

***В третьей главе*** рассмотрена Z(4) калибровочная модель Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на треугольной и квадратной решетках.

***В §3.1*** Z(4) калибровочная модель Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на треугольной и квадратной решетках отображается на модель Изинга со спином 3/2 соответственно на шестиугольной и квадратной решетках. Найдены формулы связывающие параметры взаимодействия калибровочной и соответствующей спиновой модели.

***В §3.2*** найдены условия налагаемые на параметры взаимодействия Z(4) калибровочной модели Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на треугольной решетке при которых соответствующая модель Изинга со спином 3/2 на шестиугольной решетке может быть решена точно. Используя точное решение для спиновой модели, найдены две критические поверхности и две критические линии фазового перехода второго рода для Z(4) калибровочной модели Поттса. Показано, что Z(4) калибровочная модель Поттса на треугольной решетке и соответствующая ей модель Изинга со спином 3/2 на шестиугольной решетке принадлежат одному и тому же классу универсальности.

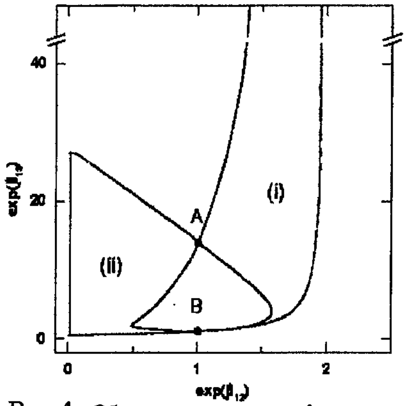


Рис.1. **Область существования λ поверхностей и λ линий. Точкам А и В соответствуют проекции λ линий на плоскость параметров** ***exp***$(\beta_{12})$, ***exp***$(\beta_{13})$.

***В §3.3*** используя условия налагаемые на параметры взаимодействия модели Изинга со спином 3/2 на квадратной решетке, при которых эта модель может быть решена точно, находятся условия ограничивающие область существования параметров взаимодействия для Z(4) калибровочной модели Поттса на квадратной решетке. При этих условиях, на основе точного решения модели Изинга со спином 3/2 на квадратной решетке, находятся две линии фазовых переходов второго рода. Показано, что Z(4) калибровочная модель на квадратной решетке и соответствующая ей модель Изинга со спином 3/2 на квадратной решетке принадлежат одному и тому же классу универсальности.



***В четвертой главе*** исследованы комплексные нули статистической суммы (нули Янга-Ли и Фишера) для модели Поттса и модели Изинга с многочастичными взаимодействиями на решетках типа Кейли во внешнем магнитном поле.

***В §4.1*** показано, что комплексные нули статистической суммы для моделей на решетках типа Кейли, которым соответствуют одномерные рекуррентные отображения, соответствуют тем значениям внешних параметров моделей при которых соответствующие рекуррентные отображения имеют хотя бы один нейтральный периодический цикл. Дано определение множества типа Мандельброта для одномерных рекуррентных отображений на решетках типа Кейли.

***В §4.2*** разработан алгоритм для численного исследования нулей Янга-Ли и Фишера для моделей на решетках типа Кейли, которым соответствуют одномерные отображения. Метод основывается на исследовании сходимости орбит критических точек соответствующего рекуррентного отображения. Он позволяет одновременно определять фазовые переходы как первого так и второго рода в исследуемых моделях. Соответствующая компьютерная программа, написанная на языке C++, представлена в приложении Б диссертации.

***В §4.3*** применяя численный метод разработанный в §4.2, исследуются множества нулей Янга-Ли и Фишера для моделей

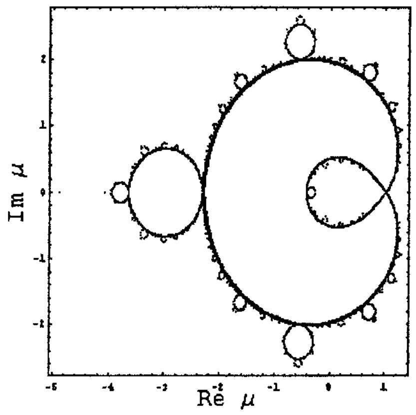


Рис.2. **Нули Янга-Ли модели Изинга на решетке Бете при координационном числе решетки γ=3 и exp(2J'/kT)=3.**

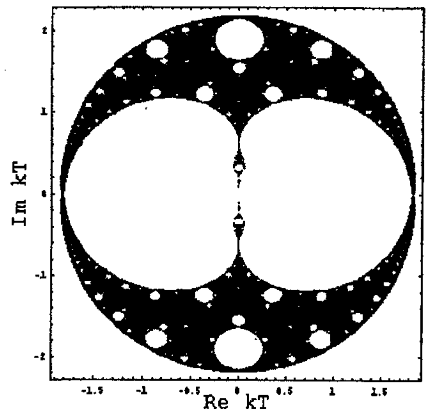


Рис.3. **Нули Фишера модели Изинга на решетке Бете (γ=3) при отсутствии внешнего поля и J'=1.**

Изинга со спином 1/2 и с многочастичными взаимодействиями во внешнем поле на решетках Бете и Хусими. Численные результаты согласуются с ранее полученными данными для этих моделей.

Впервые показано, что картины нулей Янга-Ли и Фишера содержат в себе копии известного множества Мандельброта для квадратичного отображения $z \to z^2+c$. Это является подтверждением недавно доказанного Дуади (Douady) и Хабардом (Hubbard) свойства универсальности множества Мандельброта.

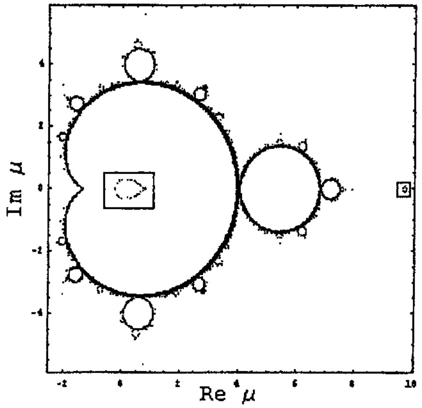


Рис. 4(а)

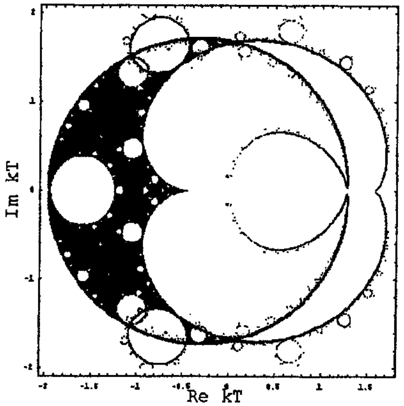


Рис. 5

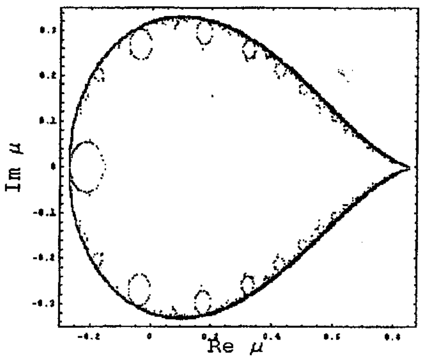


Рис. 4(б)

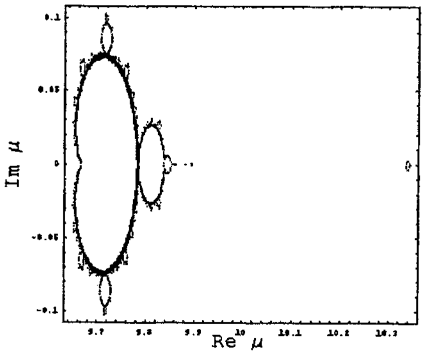


Рис. 4 (в)

Рис. 4. (а)-(в) Нули Янга-Ли модели Поттса на решетке Бете при координационном числе решетки $\gamma=3$, $Q=0.8$, $\exp(2J'/kT)=3$.

Рис. 5. Нули Фишера модели Поттса на решетке Бете ($\gamma=3$) при $Q=1.2$, $J'=1$, $H=0$.



***В § 4.4*** исследуются нули Янга-Ли и Фишера для Q-позиционной модели Поттса на решетке Бете для нецелых значений $0<Q\leq 2$. Проводится детальный анализ картин нулей Янга-Ли и Фишера. Далее обсуждаются недостатки и преимущества метода исследования нулей Янга-Ли и Фишера представленного в этой главе. Делаются выводы и рассматривается возможность применения этого метода для исследования других систем.

***В заключении представлены*** основные результаты работы:

1. Определены и исследованы модели Изинга с произвольным спином S и с многочастичными взаимодействиями во внешнем поле на решетках типа Бете. Методом трансфер-матриц выведены точные формулы для парной корреляционной функции.
2. Для модели Изинга со спином 1/2 и с многочастичными взаимодействиями во внешнем поле на решетках типа Бете выведена общая формула для рекуррентного отображения. Получены точные формулы и исследовано критическое поведение корреляционной длины и магнитной восприимчивости. Подсчитан критический показатель для корреляционной длины $\nu=1$.
3. Найдены точные решения и исследовано критическое поведение Z(4) калибровочной модели Поттса с одно- и двухплакетным представлением действия на треугольной и квадратной решетках.
4. Рассматриваются классические модели, которым соответствуют одномерные рекуррентные отображения на решетках типа Кейли. Показано, что нули статистической суммы, рассматриваемой как функция от комплексных внешних параметров модели (kT или магнитное поле), соответствуют значениям внешних параметров модели при которых рекуррентное отображение имеет хотя бы один нейтральный периодический цикл.
   Показано, что нули Янга-Ли и Фишера для классических моделей на решетках типа Кейли соответствуют множествам типа Мандельброта рекуррентных отображений на комплексной плоскости магнитного поля и температуры соответственно.
5. Разработан алгоритм для численного исследования комплексных нулей статистической суммы для классических моделей на решетках типа Кейли. Исследованы нули Янга-Ли и Фишера для модели Поттса на решетке Бете и для модели Изинга с многочастичными взаимодействиями на решетках Бете и Хусими.

Впервые показано, что картины нулей Янга-Ли и Фишера содержат в себе копии известного множества Мандельброта для квадратичного отображения $z \to z^2+c$.

## Литература


[1] Р. Бэкстер, “Точно решаемые модели в статистической механике”, Москва "Мир" 1985.

[2] Ш. Ма, “Современная теория критических явлений", Москва "Мир" 1980.

[3] А. З. Паташинский, В. Л. Покровский, Флуктуационная теория фазовых переходов, Москва “Наука” 1982.

[4] P. D. Gujrati, “Bethe or Bethe-like lattice calculations are more reliable than conventional mean field calculations”, Phys. Rev. Lett. 74, 809 (1995).

[5] Z. R. Yang, C.-Y. Xu, “Exact calculation of multi-spin correlation function of the Ising model on Bethe-type lattice”, Commun. Theoret. Phys. 22, 419 (1994).

[6] C.-K. Hu, N. Sh. Izmailian, “Exact correlation functions of Bethe lattice spin models in external magnetic fields”, Phys. Rev. E58, 1 (1998).

[7] N. Ananikian, R. Shcherbakov, “Reduction of a Z(3) gauge theory on the flat lattices to the spin-1 BEG model”, Phys. Lett. A200, 27 (1995).

[8] M. Roger, J. H. Hetherington, J. M. Delrieu, “Magnetism in solid $^3$He”, Rev. Mod. Phys. 55, 1 (1983).

[9] Э. Л. Нагаев, “Магнетики со сложными обменными взаимодействиями”, Москва “Наука” 1988.

[10] T. D. Lee, C. N. Yang, “Statistical theory of equation of state and Phase transitions: I Theory of condensation; II Lattice gas and Ising model” Phys. Rev 87, 404; 410 (1952).

[11] M. E. Fisher, in Lectures in Theoretical Physics, edited by W. E. Brittin (University of Colorado Press, Boulder, 1965), Vol 7c., p. 1.

[12] B. Derrida, L. De Seze. C. Itzykson, “Fractal structure of zeros in hierarchical models”, J. Stat. Phys. 33, 559 (1983).

[13] Ch. Binek, “Density of zeros on the Lee-Yang circle obtained from magnetization data of a two-dimensional Ising ferromagnet”, Phys. Rev. Lett. 81, 5644 (1998).




## Список опубликованных работ по теме диссертации


1. N.S. Ananikian, R.G. Ghulghazaryan, N.Sh. Izmailian, Correlation Functions of the Ising Model with Multisite Interaction on the Husimi lattice, Int. J. Mod. Phys. B12, 2349-2358 (1998).
2. N.S. Ananikian, R.G. Ghulghazaryan, N.Sh. Izmailian, R. Shcherbakov, Exact Solution of a Z(4) gauge Potts model on planar lattices, Phys. Rev. E60, 5106-5110 (1999).
3. R.G. Ghulghazaryan, Correlation functions of Multisite Interaction Spin-S Models on the Bethe-like Lattice, Int. J. Mod. Phys B14, 589-602 (2000).
4. Р.Г. Гулгазарян, Критические поверхности и критические линии Z(4) калибровочной модели Поттса на треугольной решетке, Известия НАН Армении, т. 35, №4 (2000).
5. N.S. Ananikian, R.G. Ghulghazaryan, Mandelbrot-like and Julia Sets Associated With Yang-Lee and Fisher Zeros of Multisite Interaction Ising Models, in “Book of Abstracts”, Second International Conference “Modern Trends in Computational Physics”, Dubna, 2000.
6. N.S. Ananikian and R.G. Ghulghazaryan, Yang-Lee and Fisher Zeros of Multisite Interaction Ising Models on the Cayley-type Lattices, in press, Phys. Lett. A.
7. N.S. Ananikian, R.G. Ghulghazaryan, S.K. Dallakian, Yang-Lee Zeros of the Q-state Potts Model on the Bethe Lattice, XIII International Congress on Mathematical Physics, ICMP-2000, London.


**Preprints** in http://xxx.lanl.gov/

cond-mat/9807079
cond-mat/9909289
cond-mat/9912151
cond-mat/9912463
cond-mat/0006014

# Ամփոփագիր

Ատենախոսությունը նվիրված է փուլային անցումների և կրիտիկական երևույթների ուսումնասիրությանը սպինային և տրամաչափային ցանցային մոդելներում: Ռեկուրենտ ցանցերի վրա սահմանված մոդելների համար ուսումնասիրված են վիճակագրական գումարի զրոները մագնիսական դաշտի և ջերմաստիճանի կոմպլեքս հարթություններում:

Աշխատանքում ստացված հիմնական արդյունքները հետևյալն են.

1. Սահմանվում և հետազոտվում են բազմամասնիկային փոխազդեցություններով Իզինգի մոդելները կամայական սպինի համար Բետե տիպի ցանցերի վրա: Կիրառելով տրանսֆեր-մատրիցների մեթոդը՝ երկմասնիկային կոռելացիոն ֆունկցիայի համար արտածվում է ճշգրիտ բանաձև:
2. Արտաքին մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում Կեյլիի տիպի ցանցերի վրա սահմանված բազմամասնիկային փոխազդեցություններով $S=1/2$ սպինով Իզինգի մոդելների համար ստացված է ընդհանրացված ռեկուրենտ հավասարում: Կոռելացիոն երկարության և մագնիսական ընկալունակության համար արտածված են ճշգրիտ բանաձևեր և հետազոտված է նրանց կրիտիկական վարքը: Հաշված է կոռելացիոն երկարության կրիտիկական ցուցիչը՝ $\nu=1$:
3. Գործողության մեկ և երկպլակետային ներկայացմամբ եռանկյուն և քառակուսային ցանցերի վրա սահմանված Պոտսի $Z(4)$ տրամաչափային մոդելի համար գտնված են ճշգրիտ լուծումներ և ուսումնասիրված է մոդելի կրիտիկական վարքը:
4. Ցույց է տրված, որ Կեյլիի տիպի ցանցերի վրա սահմանված միաչափ ռեկուրենտ արտապատկերումներ ունեցող մոդելների վիճակագրական գումարի կոմպլեքս զրոների բազմությունը կարելի է զուգորդել ռեկուրենտ հավասարման Մանդելբրոտի տիպի բազմության, իսկ մի քանի դեպքերում էլ՝ Ջուլիայի բազմության հետ: Մանդելբրոտի տիպի բազմությունը սահմանվում է որպես արտաքին պարամետրերի ($kT$, մագնիսական դաշտ) այն արժեքների բազմությունը, որոնց դեպքում համապատասխան ռեկուրենտ արտապատկերումն ունի գոնե մեկ նեյտրալ պարբերական ցիկլ:
5. Թվային եղանակով Կեյլիի տիպի ցանցերի վրա սահմանված դասական մոդելների վիճակագրական գումարի զրոներն ուսումնասիրելու համար մշակված է ալգորիթմ: Յանգ-Լիի և Ֆիշերի զրոներն ուսումնասիրված են Պոտսի մոդելի համար Բետե ցանցի և բազմամասնիկային փոխազդեցություններով Իզինգի մոդելի համար Բետե և Հուսիմի ցանցերի վրա: Առաջին անգամ ցույց է տրված, որ Յանգ-Լիի և Ֆիշերի զրոների պատկերները պարունակում են $z\to z^2+c$ քառակուսային արտապատկերման հայտնի Մանդելբրոտի բազմության պատկերները: